

數學 應試測驗卷

難點速解

一、百分率的應用	2
二、圓	4
三、速率	6
四、圓周	9
五 簡易方程	11
六、折線圖	13
七、應用題	14





一、百分率的應用

求百分率

- ① 找出整體和所佔部分的大小。
- ② 依「百分率 = $\frac{\text{所佔部分}}{\text{整體}} \times 100\%$ 」找出百分率。

例：180 個球中，有 54 個是白球，白球佔全部球的百分之幾？

整體：180 個
所佔部分：54 個 } ①

$$\text{白球佔全部球的：} \frac{54}{180} \times 100\% = 30\% \text{ ②}$$

例：一堆水果中，有 32 個蘋果，25 個橙和 23 個梨。蘋果和梨佔全部水果的百分之幾？

整體：(32 + 25 + 23) 個
所佔部分：(32 + 23) 個 } ①

$$\text{蘋果和梨佔全部水果的：} \frac{32+23}{32+25+23} \times 100\% = 68.75\% \text{ ②}$$

根據百分率找出數值

1. 找出部分的大小

- ① 找出整體的大小和百分率。
- ② 依「所佔部分 = 整體 × 百分率」找出所佔部分的大小。

例：200 個球中，白球佔 15%，即有白球多少個？

整體：200 個
百分率：15% } ①

$$\text{即有白球：} 200 \times 15\% = 30 \text{ (個)} \text{ ②}$$

例：75 個水果中，其中 24% 是橙，32% 是蘋果，餘下的是梨，即有梨多少個？

整體：75 個
百分率：(100 - 24 - 32)% } ①

$$\text{即有梨：} 75 \times (100 - 24 - 32)\% = 33 \text{ (個)} \text{ ②}$$

2. 找出整體的大小

- ① 找出所佔部分的大小和百分率。
- ② 建立方程並找出整體的大小。

[註：涉及百分數方程的解法，可參考本難點速解 P.12。]



小備忘

整體佔的百分率是 100%。

折扣

1. 折扣和百分率互換：

只有一個中文數字的折扣與整十的百分率互相對應：

折扣	一折	二折	三折	四折	五折	六折	七折	八折	九折
百分率	10%	20%	30%	40%	50%	60%	70%	80%	90%

有兩個中文數字的折扣與不是整十的百分率互相對應：

七五折
⇕⇕⇕
75%

例：八八折即 88%，54% 即五四折。

2. 根據折扣找出售價。

① 找出原價和百分率。

② 依「售價 = 原價 × 百分率」找出售價。

例：一本旅遊雜誌原價 80 元，現以七折出售，售價是多少元？

原價：80 元
百分率：七折 = 70% } ①
售價是：80 × 70% = 56 (元) ②

3. 根據售價找出折扣。

① 找出原價和售價。

② 依「百分率 = $\frac{\text{售價}}{\text{原價}} \times 100\%$ 」找出百分率，再找出折扣。

例：一部洗衣機原價 1300 元，現售 845 元，這部洗衣機以多少折出售？

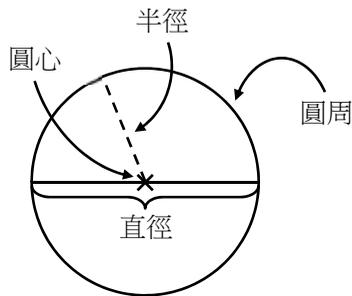
原價：1300 元
售價：845 元 } ①
這部洗衣機的折扣是： $\frac{845}{1300} \times 100\% = 65\%$ ，即六五折。 ②

例：一瓶奶粉現售 240 元，比原價便宜了 80 元，這瓶奶粉以多少折出售？

原價：(240 + 80) 元
售價：240 元 } ①
這瓶奶粉的折扣是： $\frac{240}{240 + 80} \times 100\% = 75\%$ ，即七五折。 ②

二、圓

圓的認識

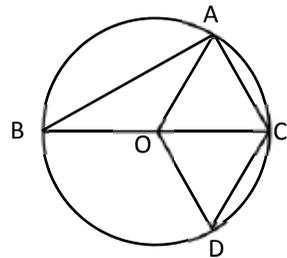


1. 半徑的一端是圓心，另一端在圓周上。
2. 直徑的兩端都是在圓周上，並且通過圓心。
3. 直徑 = $2 \times$ 半徑

例：圖中，O 是圓心。

OA、OB、OC 和 OD 的一端是圓心 O，另一端在圓周上，所以都是圓的半徑。

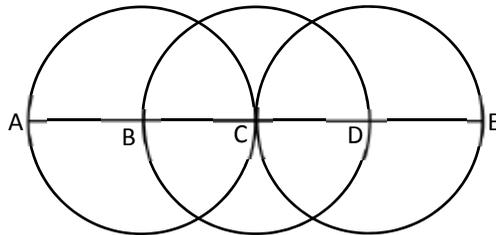
BC 的兩端都是在圓周上，並且通過圓心 O，所以是圓的直徑。



利用圓的直徑和半徑求長度

我們可以利用半徑和直徑的特性求長度。

例：下圖由 3 個大小相同的圓組成。B、C 和 D 分別是三個圓的圓心。AE 的長度是 12 cm，CD 的長度是多少？

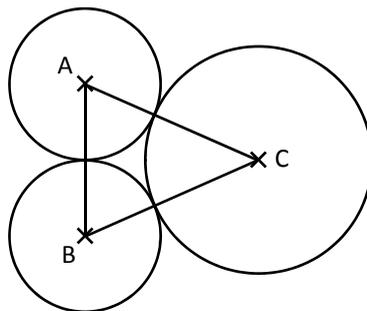


由圖可得，AB 和 BC 都是左面的圓的半徑，CD 和 DE 都是右面的圓的半徑。所以 AB、BC、CD 和 DE 的長度相等。

因此，CD 的長度是： $12 \div 4 = 3$ (cm)



例：下圖由兩個大小相同的小圓和一個大圓拼成。A、B 和 C 分別是三個圓的圓心。小圓和大圓的直徑分別是 16 cm 和 24 cm。三角形 ABC 的周界是多少 cm？



由圖可得，三角形 ABC 的周界由 4 段小圓的半徑和 2 段大圓的半徑組成。

小圓的半徑是： $16 \div 2 = 8$ (cm)

大圓的半徑是： $24 \div 2 = 12$ (cm)

因此，三角形 ABC 的周界是： $8 \times 4 + 12 \times 2 = 56$ (cm)

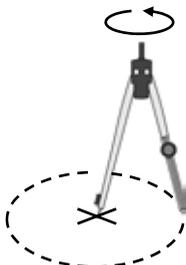
圓的製作

利用圓規可以繪畫指定大小的圓。

- ① 把圓規的針尖和鉛筆的距離調較至所需半徑的長度。



- ② 把針尖固定在圓心的位置上，再以鉛筆在紙上畫一圈。



三、速率

速率單位

- 速率單位有：米每秒 (m/s)、公里每小時 (km/h) 等等。
- 緊記不要混淆速率、時間和距離的單位。
- 運算時，注意單位必須一致。單位轉換如下：

$$1 \text{ m/s} = 3.6 \text{ km/h}, 1 \text{ km/h} = \frac{10}{36} \text{ m/s}$$

小備忘

有時候，時間及距離需分別轉換成合適的單位：

$$1 \text{ 小時} = 60 \text{ 分鐘}$$

$$1 \text{ 分鐘} = 60 \text{ 秒}$$

$$1 \text{ km} = 1000 \text{ m}$$

$$1 \text{ cm} = \frac{1}{100} \text{ m}$$

求平均速率

- ① 找出距離和時間。
- ② 依「速率 = 距離 ÷ 時間」找出平均速率。

例：一輛巴士由 9:00 出發，10:30 到達目的地，共走了 60 公里，這輛巴士的平均速率是多少公里每小時？

$$\left. \begin{array}{l} \text{距離：60 公里} \\ \text{時間：1.5 小時} \end{array} \right\} \text{①}$$

$$\text{這輛巴士的平均速率是：} 60 \div 1.5 = 40 \text{ (公里每小時) } \text{②}$$

例：一條圓形緩步徑長 80 米，敏君跑了 4 圈，用了 4 分鐘，她的平均速率是多少米每秒？

$$\left. \begin{array}{l} \text{距離：}(80 \times 4) \text{ 米} \\ \text{時間：}(60 \times 4) \text{ 秒} \end{array} \right\} \text{①}$$

$$\text{她的平均速率是：} (80 \times 4) \div (60 \times 4) = 1\frac{1}{3} \text{ (米每秒) } \text{②}$$

小備忘

注意須利用「1 分鐘 = 60 秒」把 4 分鐘轉換成秒。

求時間

- ① 找出速率和距離。
- ② 依「時間 = 距離 ÷ 速率」找出時間。

例：一輛跑車以平均速率 80 公里每小時走了 240 公里，用了多少小時？

$$\left. \begin{array}{l} \text{速率：80 公里每小時} \\ \text{距離：240 公里} \end{array} \right\} \text{①}$$

$$\text{用了：} 240 \div 80 = 3 \text{ (小時) } \text{②}$$



求距離

- ① 找出速率和時間。
- ② 依「距離 = 速率 × 時間」找出距離。

例：一名運動員以 3 米每秒的平均速率跑了 8 分鐘，他共跑了多少米？

$$\left. \begin{array}{l} \text{速率：3 米每秒} \\ \text{時間：}(8 \times 60) \text{ 秒} \end{array} \right\} \text{①}$$

$$\text{他共跑了：} 3 \times (8 \times 60) = 1440 \text{ (米)} \quad \text{②}$$

相遇和背向問題

只要把兩個速率加起來作計算，就能解決相遇和背向移動的問題。

例：兩列火車相距 9000 m 並迎面行駛，火車 A 的平均速率是 200 m/s，火車 B 的平均速率是 250 m/s，它們會在多少秒後相遇？

如圖所示，這是一個相遇問題：

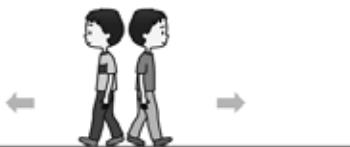


$$\left. \begin{array}{l} \text{速率之和：}(200 + 250) \text{ 米每秒} \\ \text{距離：} 9000 \text{ m} \end{array} \right\} \text{①}$$

$$\text{它們相遇的時間：} 9000 \div (200 + 250) = 20 \text{ (秒)} \quad \text{②}$$

例：家強和偉峰在相同的起點背向而行，家強的平均速率是 1 m/s，偉峰的平均速率是 0.8 m/s，2 分鐘後他們相距多少 m？

如圖所示，這是一個背向移動的問題：



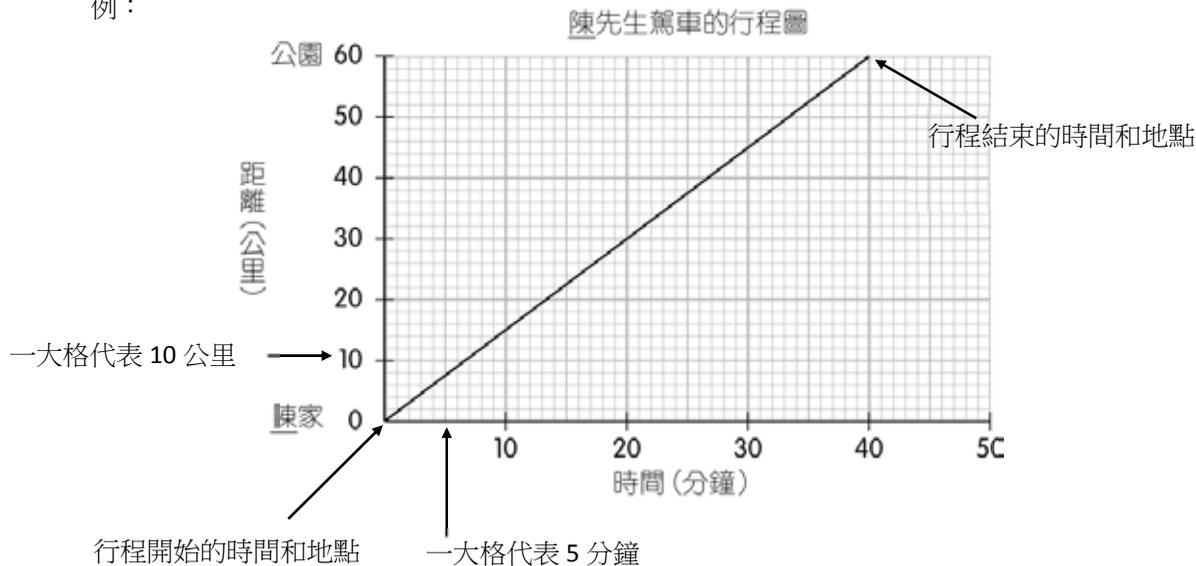
$$\left. \begin{array}{l} \text{速率之和：}(1 + 0.8) \text{ m/s} \\ \text{時間：}(60 \times 2) \text{ s} \end{array} \right\} \text{①}$$

$$2 \text{ 分鐘後他們相距：} (1 + 0.8) \times (60 \times 2) = 216 \text{ (m)} \quad \text{②}$$

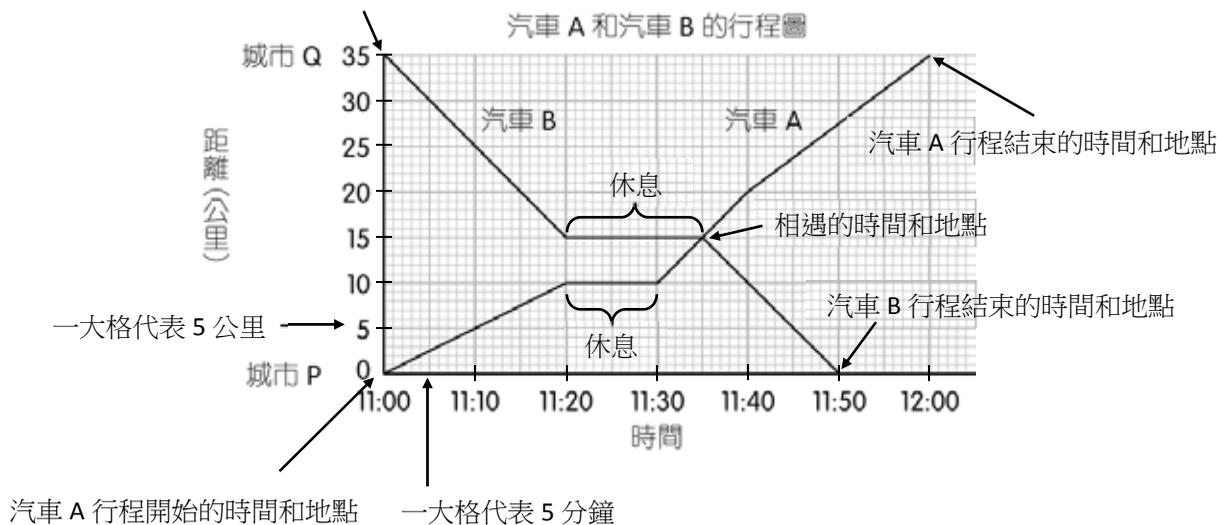
行程圖

注意一格代表的時間和距離。

例：



例：汽車 B 行程開始的時間和地點





四、圓周

圓周的認識

1. 圓的周界簡稱為「圓周」。
2. 所有圓的圓周除以半徑後的結果都是同一個數，稱為圓周率，以 π 表示。
3. π 的值通常使用「3.14」或「 $\frac{22}{7}$ 」，題目一般會指明使用哪一個。

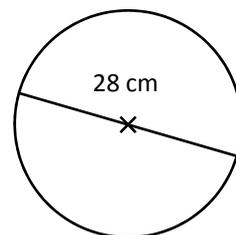
圓周的計算

1. 圓周 = 直徑 $\times \pi$ / 半徑 $\times 2 \times \pi$

例：一個圓的直徑是 28 cm，它的圓周是多少 cm？（ π 以 $\frac{22}{7}$ 計算）

$$\text{它的圓周是：} 28 \times \frac{22}{7} = 88 \text{ (cm)}$$

留意使用哪一個 π 的值。

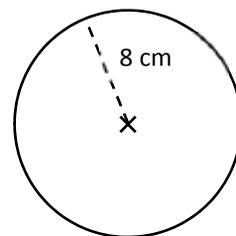


例：一個圓的半徑是 8 cm，它的圓周是多少 cm？（ π 以 3.14 計算）

$$\text{它的圓周是：} 8 \times 2 \times 3.14 = 50.24 \text{ (cm)}$$

$$\text{直徑} = \text{半徑} \times 2$$

留意使用哪一個 π 的值。

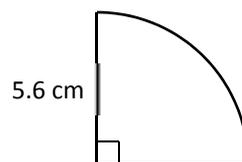


2. 計算涉及半圓或四分之一圓的周界時，除了要計算圓周部分外，緊記計算在外部的直徑或半徑部分。

例：計算右面圖形的周界。（ π 以 $\frac{22}{7}$ 計算）

$$\text{周界是：} \underbrace{5.6 \times 2}_{\text{直徑}} \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{4} + \underbrace{5.6 + 5.6}_{\text{兩條半徑的長度}} = 20 \text{ (cm)}$$

四分之一圓的圓周



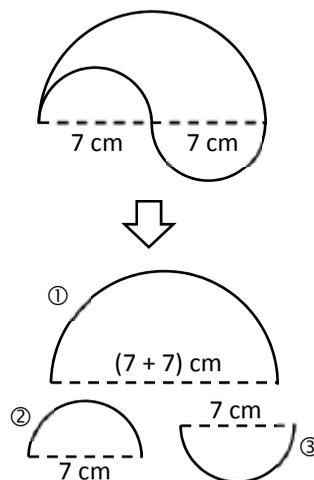
與圓周有關圖形的周界計算

可以利用分割法計算與圓周有關圖形的周界。

把圖形分割成多條圓的圓周和／或直線，並逐一計算它們的長度，然後把這些線的長度相加便可得整個圖形的周界。

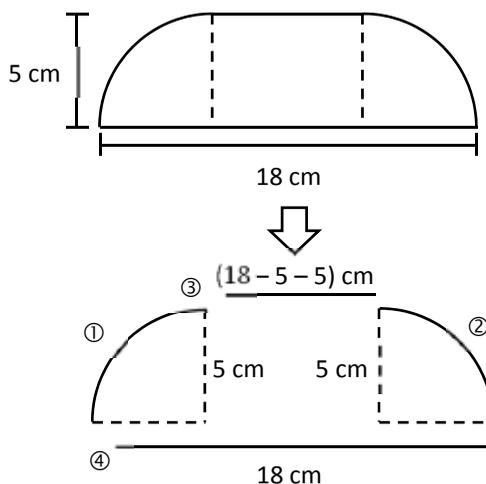
例：計算右面圖形的周界。(π 以 $\frac{22}{7}$ 計算)

$$\begin{aligned} \text{周界是：} & \underbrace{(7+7) \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2}}_{\text{①}} + \underbrace{7 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{2} \times 2}_{\text{②} + \text{③}} \\ & = 22 + 22 \\ & = 44 \text{ (cm)} \end{aligned}$$



例：計算右面圖形的周界。(π 以 3.14 計算)

$$\begin{aligned} \text{周界是：} & \underbrace{5 \times 2 \times 3.14 \times \frac{1}{4} \times 2}_{\text{①} + \text{②}} + \underbrace{(18 - 5 - 5)}_{\text{③}} + \underbrace{18}_{\text{④}} \\ & = 15.7 + 8 + 18 \\ & = 41.7 \text{ (cm)} \end{aligned}$$





五、簡易方程

解多於一步運算的方程時，需要依「由外至內」的規則逐步解方程：

- ① 若不含未知數的一方涉及算式，須優先處理。

例： $5x + 2 = \boxed{6 \div 3}$ 優先處理

- ② 若含未知數的一方涉及括號，須優先處理括號外的運算。

例： $\boxed{5(x + 2)} = 25$ 優先處理

- ③ 加法和減法運算優先於乘法和除法運算。

例： $3x \boxed{- 5} = 13$ 優先處理

解含整數和小數的簡易方程

1. 需要處理加法時，在方程的兩邊同時減去方程的加數或被加數。
(遇「+」則「-」)
2. 需要處理減法時，在方程的兩邊同時加上方程的減數。(遇「-」則「+」)
3. 需要處理乘法時，在方程的兩邊同時除以方程的乘數。(遇「×」則「÷」)
4. 需要處理除法時，在方程的兩邊同時乘以方程的除數。(遇「÷」則「×」)

例：解 $4(x - 5) = 12$ 。

優先處理括號外的運算

$$\boxed{4}(x - 5) = 12 \quad \text{遇「×」則「÷」}$$

$$4(x - 5) \div 4 = 12 \div 4 \quad \text{遇「-」則「+」}$$

$$x - 5 + 5 = 3 + 5$$

$$x = 8$$

例：解 $3x + 2 = 17.6$ 。

加法和減法運算優先於乘法和除法運算

$$3x \boxed{+ 2} = 17.6 \quad \text{遇「+」則「-」}$$

$$3x + 2 - 2 = 17.6 - 2 \quad \text{遇「×」則「÷」}$$

$$3x \div 3 = 15.6 \div 3$$

$$x = 5.2$$

例：解 $8x \div 3.5 = 14.4$ 。

$$8x \div 3.5 = 14.4 \quad \text{遇「÷」則「×」}$$

$$8x \div 3.5 \times 3.5 = 14.4 \times 3.5 \quad \text{遇「×」則「÷」}$$

$$8x \div 8 = 50.4 \div 8$$

$$x = 6.3$$

解含分數的簡易方程

- $\frac{3x}{4}$ 可當作 $\frac{3}{4}x$ 計算。
- 處理分數加法和減法都是依「遇 + 則 -」和「遇 - 則 +」的原則。
- 處理分數乘法時，在方程的兩邊同時乘以乘數的倒數。
- 處理分數除法時，在方程的兩邊同時乘以除數。

例：解 $\frac{2x}{5} - \frac{1}{2} = 12$ 。

$$\frac{2x}{5} - \frac{1}{2} = 12$$

加法 and 減法運算優先於乘法和除法運算

$$\frac{2x}{5} - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 12 + \frac{1}{2}$$

遇「-」則「+」

$$\frac{2x}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{25}{2} \times \frac{5}{2}$$

兩邊同時乘以乘數的倒數

$$x = \frac{125}{4}$$

解含百分數的簡易方程

- 處理百分數的簡易方程時，可先把百分數轉換為小數或分數。

例：解 $\frac{3x}{2} \times 70\% = 21$ 。

$$\frac{3x}{2} \times 70\% = 21$$

先把百分數轉換成小數

$$\frac{3x}{2} \times 0.7 = 21$$

遇「×」則「÷」

$$\frac{3x}{2} \times 0.7 \div 0.7 = 21 \div 0.7$$

在方程的兩邊同時乘以乘數的倒數

$$\frac{3x}{2} \times \frac{2}{3} = 30 \times \frac{2}{3}$$

$$x = 20$$

- 由部分及所佔的百分率求整體的大小。

例：一堆水果中，其中 20% 是橙，餘下的 36 個是梨，這堆水果共有多少個？

設這堆水果共有 x 個。

$$x(1 - 20\%) = 36$$

先把百分數轉換成小數

$$x(1 - 0.2) = 36$$

$$0.8x = 36$$

遇「×」則「÷」

$$0.8x \div 0.8 = 36 \div 0.8$$

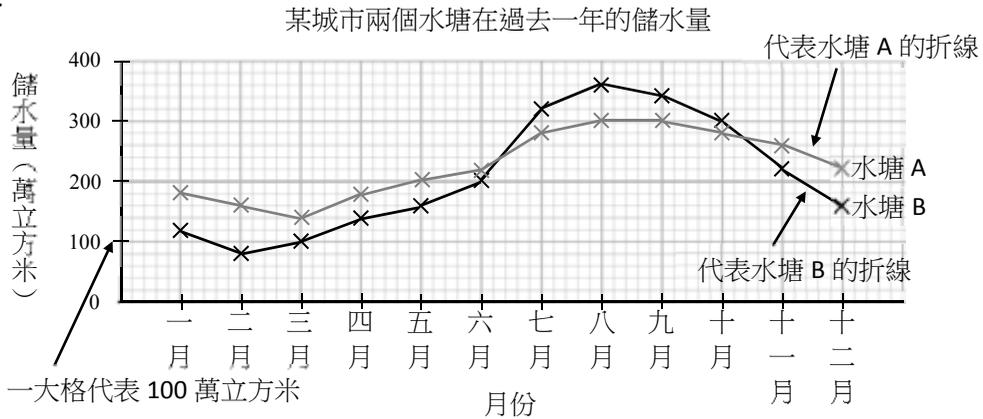
$$x = 45$$

這堆水果共有 45 個。

六、折線圖

閱讀折線圖

例：



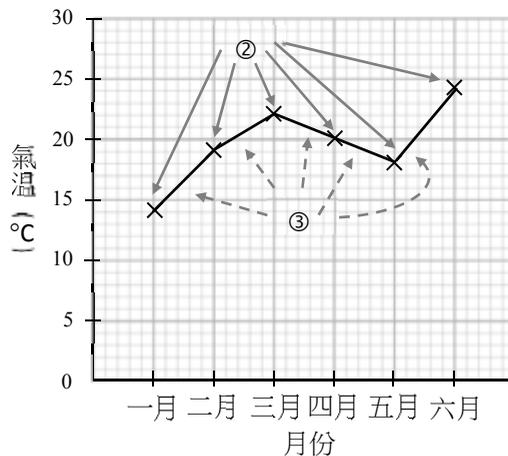
製作折線圖

- ① 用四捨五入法把數據湊整至指定的數位，並利用約數繪圖。
- ② 把數據以「x」標示在折線圖上。
- ③ 把相同項目而且相鄰的「x」以直線連接起來。
- ④ 寫出標題，必須與統計圖有關，通常可從題目獲得相關字詞提示。

例：下表記錄了某城市上半年每月的平均氣溫。根據資料，製作折線圖。

月份	一月	二月	三月	四月	五月	六月
氣溫 (°C)	14.36	18.78	21.87	19.65	18.44	24.05
湊整至整數 (°C) ①	14	19	22	20	18	24

④ 某城市上半年每月的平均氣溫



七、應用題

注意題目所使用的字眼有不同意思

- 意思相同
1. 小貞售出獎券 240 張，惠清比小貞少售出 20%，惠清售出獎券多少張？
(惠清售出獎券： $240 \times (1 - 20\%)$ (張))
 2. 小貞售出獎券 240 張，惠清比小貞多售出 20%，惠清售出獎券多少張？
(惠清售出獎券： $240 \times (1 + 20\%)$ (張))
 3. 小貞售出獎券 240 張，比惠清少售出 20%，惠清售出獎券多少張？
(惠清售出獎券： $240 \times (1 + 20\%)$ (張))
 4. 小貞售出獎券 240 張，比惠清多售出 20%，惠清售出獎券多少張？
(惠清售出獎券： $240 \times (1 - 20\%)$ (張))
- 意思相同

除法的答案要調整

1. 麵包店每天需要用 87.3 公斤的麵粉，每包麵粉重 2.4 公斤。麵包店一天最少需要買多少包麵粉？
($87.3 \div 2.4 = 36$ (包) $\cdots 0.9$ (公斤)，餘下的 0.9 公斤麵粉也需從一包麵粉取得，所以答案是商 + 1)
2. 一條長 2 m 的繩子最多可剪成多少段 2.8 cm 的繩子？
($200 \div 2.8 = 71$ (段) $\cdots 1.2$ (cm)，餘下的 1.2 cm 不足 2.8 cm，所以答案是商)
3. 一條長 2 m 的繩子剪成最多段 2.8 cm 的繩子後，多出多少繩子？
($200 \div 2.8 = 71$ (段) $\cdots 1.2$ (cm)，餘下的 1.2 cm 是多出的，所以答案是餘數)
4. 一條長 2 m 的繩子剪成最多段 2.8 cm 的繩子後，還欠多少 cm 才可多剪一段？
($200 \div 2.8 = 71$ (段) $\cdots 1.2$ (cm)，餘下的 1.2 cm 是多出的，因一段繩子長 2.8 cm，所以答案是除數 - 餘數)

百分數加減

例：右表是某社區中心的會員分佈。這個社區中心共有 500 名會員，其中兒童及青少年有多少人？

兒童及青少年有：

$$\begin{aligned} & 500 \times (1 - 15\% - 33\%) \\ & = 500 \times 52\% \\ & = 260 \text{ (人)} \end{aligned}$$

老人	15%
成人	33%
兒童及青少年	?

注意隱藏資料

1. 利用線段圖有助分析題目。

例：小貞售出獎券 240 張，惠清比小貞多售出 20%，二人共售出獎券多少張？

(題目沒有給惠清售出獎券的數量，需先求這個數量才能求二人共售出獎券多少張。)

小貞售出：240 張 (100%)

惠清售出：----- ?張 (20%)

二人共售出獎券：
 $240 + 240 \times (1 + 20\%)$ (張)

2. 有些題目中的圖或表會有解題所需的資料。

例：慧敏比美儀輕 5%，美儀又比潔玲輕 10%，潔玲重多少公斤？

(由圖可知慧敏的體重是 48.5 公斤，潔玲重：

$48.5 \times (1 - 5\%) \times (1 - 10\%)$ (公斤))



例：下表所示為爸爸、哥哥和弟弟成功拼砌一幅拼圖所用的時間：

	爸爸	哥哥	弟弟
所用時間 (小時)	0.8	1.2	1.6

爸爸所用的時間比弟弟少百分之幾？

(由表可知爸爸用了 0.8 小時，比弟弟少： $\frac{1.6 - 0.8}{1.6} \times 100\%$)

注意多餘資料

有時候，要從題目中選取合適的資料解題。

例：一條單車徑全長 10 公里。首三個小時志信行駛了 8.4 公里，他的平均速率是多少公里每小時？

(單車徑的長度是不需考慮的資料，他的平均速率是： $8.4 \div 3$ (公里每小時))

例：一條連衣裙原價 280.4 元，特價 180.4 元。以特價買二十五條連衣裙，須付多少元？

(以特價購買連衣裙，不需考慮原價；二十五即 25，須付： 180.4×25 (元))

時間長短

1. 一分鐘有 60 秒。
2. 一小時有 60 分鐘。
3. 一天有 24 小時。
4. 一星期有 7 天。
5. 不同月份的天數：

月份	2	4, 6, 9, 11 (月小)	1, 3, 5, 7, 8, 10, 12 (月大)
天數	平年 28 閏年 29	30	31

例：偉文在 3 月共跑步 69.75 小時，他平均每天跑步幾小時？

(因為 3 月有 31 天，所以偉文平均每天跑步： $69.75 \div 31$ (小時))

6. 一季有 3 個月。
7. 一年有 12 個月。
8. 平年有 365 天，閏年有 366 天。

量詞

1. 1 打 = 12 個 (半打 = 6 個)

例：買西餅 30 件，共有西餅多少打？

(因為 1 打有 12 件，所以共有西餅： $30 \div 12$ (打))

2. 1 對 = 2 個
3. 1 雙 = 2 個

其他常見字眼

1. 全日
2. 半天
3. 來回 (即兩程)
4. 原有 (多用於加法)
5. 還有 (多用於減法)